

Alcuni dei miei problemi preferiti

(Dal banchetto di Adam Atkinson, L'Omino dei Giochi, agli Open Days all'Università di Pisa, 2018) ghira@mistral.co.uk

1. Trovate una progressione aritmetica di tre interi il cui prodotto è primo.
2. Un intero positivo n è “semi-1” se esattamente la metà degli interi da 1 a n (estremi compresi) contiene almeno un 1 in base 10. Per esempio, 2 e 16 sono semi-1. Ci sono infiniti numeri semi-1? (2 è semi-1 perché 1 contiene un 1 e 2 no. 16 è semi-1 perché 1, 10, 11, 12, 13, 14, 15 e 16 contengono un 1 e 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 no).
3. Qual è l'unico intero il cui nome in inglese ha le sue lettere in ordine alfabetico?
4. Vi do un mucchio di n gettoni. Potete dividerlo in sottomucchi come volete. Io moltiplico le grandezze dei vostri sottomucchi e vi pago il prodotto in euro. Come massimizzate l'importo che vi devo dare?
5. Se scrivete tutti gli interi in ordine alfabetico in italiano, quale è il primo?

6. Per quali valori reali positivi di a è possibile dare un valore a $a^{(a^{(a^{(a^{\dots})})})}$? (La torre di potenze è infinita).

7. Costruite una posizione dello xiangqi dalla quale è possibile dare lo scacco quadruplo.
8. Costruite una posizione dello shogi dove la mossa corretta è muovere un pedone, una torre o un alfiere senza fare la promozione (ma potendola fare).
9. Un pezzo degli scacchi comincia su a1 e si muove a caso – cioè sceglie a caso, uniformemente, fra le mosse disponibili in ogni momento. Dopo quante mosse, mediamente, si troverà di nuovo su a1 se è (i) un cavallo (ii) una torre (iii) un re (iv) un alfiere (v) una donna?
10. Chiedete a qualcuno di raccontarvi la storia del barometro (probabilmente necessario solo per i più giovani).
11. Chiedete a qualcuno di raccontarvi la storia degli stivali pesanti. <https://bit.ly/2G0BI6P>
<https://bit.ly/2iUj8S4> <http://www.ghira.mistral.co.uk/adamatkinson-heavyboots-mj2016.pdf>
12. Chiedete a qualcuno di mostrarvi la dimostrazione sugli angoli retti.
<http://www.ghira.mistral.co.uk/aatkinsonRM15-rightangles.pdf>
13. Vi invito ad indicarmi la vostra casella preferita fra le 16 caselle di una griglia 4x4. Mettete gettoni bianchi o neri su tutte le caselle. Cambio il colore di esattamente un gettone. Chiamo il mio (o la mia) assistente, che guarda la griglia e ci indica la vostra casella preferita. Io e l'assistente come facciamo tutto ciò?

14. Chiedete a qualcuno di mostrarvi il trucco dell'anello sulla catena.
15. Provate ad ottenere almeno 3 nodi con la catena da 2m. (Qualcuno nel 2016 ne ha ottenuti 6 ma già fare 3 nodi “puliti” non e’ facile.)
16. Se ho un quadrato e un primo, e la loro differenza è 100, quale dei due è maggiore?
17. Dimostrate che quando $p \geq 5$ è primo, dividendo p^2 per 24 rimane un resto di 1.
18. Se mettete 4 punti distinti sul piano, in generale definiscono 6 distanze. In quanti e quali modi essenzialmente diversi è possibile disporli in modo che definiscano esattamente 2 distanze distinte? (Problema di Peter Winkler)
19. Trovate una disposizione di 7 punti distinti sul piano tale che prendendone 3 qualsiasi, almeno 2 di quei 3 siano a distanza 1. (Problema di Peter Winkler)
20. Dimostrate che se scrivete un primo, seguito dalle sue cifre in ordine inverso, il numero che risulta è divisibile per 11. Per esempio: 37 diventa $3773 = 11 \cdot 343$.
21. Mettete 6 punti sulla circonferenza di un cerchio di raggio r , A-F in senso orario tali che $|AB|=|CD|=|EF| = r$. Dimostrate che i punti medi di BC, DE, FA formano un triangolo equilatero.
22. Un moto browniano comincia in (1,0). La prima volta che arriva sull’asse y , qual è la probabilità che y sia minore di 1?
23. La vostra ditta produce bicchieri molto resistenti. I bicchieri di un dato lotto sono identici, ma i lotti possono essere diversi fra di loro. Usate un edificio di 100 piani per provare la resistenza di ogni lotto. Il lotto viene venduto con un certificato dicendo da quale piano puoi buttare questi bicchieri senza romperli. Un bicchiere che non si rompe non è danneggiato in alcun modo (e quindi può essere ri-lanciato). Per scoprire la resistenza di un lotto vi è permesso rompere al massimo due bicchieri. Come organizzate i “lanci” in modo da minimizzare il numero di lanci che devono essere effettuati nel caso peggiore? E quanti lanci sono?
24. Un rettangolo è “semi-intero” se la lunghezza di almeno uno dei suoi lati è un intero. Se costruite un rettangolo grande usando rettangoli semi-interi, anche il rettangolo grande deve essere semi-intero?
25. Conoscete le distribuzioni singolari? Non sono né discrete né continue. Due esempi su <http://www.ghira.mistral.co.uk/cantor.mp4> e <http://www.ghira.mistral.co.uk/boldplay.mp4>
26. Un raro esempio di pseudomatematica! <http://www.ghira.mistral.co.uk/aatkinson-g4g12-samaritani-article-2017revision.pdf> o meno completo e aggiornato in italiano <http://www.rudimathematici.com/archivio/207.pdf>
27. <https://bit.ly/2G9XfGh> – le percentuali a Torino.